



RR-0843

Third Year B. Sc. Examination

March / April – 2010

301-Statistics : Paper - IV

(Mathematical Statistics)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
T.Y. B.Sc.

Name of the Subject :
301-STATISTICS - 4

Subject Code No. : 0 8 4 3 Section No. (1, 2,.....) : NIL

Seat No. :
[] [] [] [] [] []

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નોના જવાબ લખો.

(૩) દરેક પ્રશ્નની જમણી બાજુએ તેના ગુણ દર્શાવ્યા છે.

(૪) સાંખ્યિકીય અને લઘુગણકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

૧૪

(અ) K ની કઈ કિંમત માટે $P[|x-5| < K] = 0.99$ થાય ? જ્યાં $E(x) = 5$

અને $V(x) = 3$.

(બ) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે $\sum x_2 x_{1.23} = 0$

(ક) જો યદચ્છ ચલ માટે પ્રઘાત $\mu'_r = r!$ હોય તો તેનું લાક્ષણિક વિધેય શું થશે ?

(ડ) પ્રચલિત સંકેતોમાં જો $X : N(\theta, \sigma^2)$ હોય તો $e^x = U$ નું સંભાવના વિધેય

ઘટત્વ વિધેય મેળવો.

- (ઈ) $\{\mu_1=3, \mu_2=1, \sigma_1^2=16, \sigma_2^2=25, \rho=0.6\}$ પ્રયલોવાળા દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણમાં $y=26$ માટે x નો શરતી મધ્યક મેળવો.
- (ફ) જો $\rho=0$ અને $n=4$ હોય તો નિદર્શ સહસંબંધાંક r નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો.
- (જી) ત્રિપદિક વિતરણ માટે $E(X_i); i=1, 2, 3$ મેળવો.

- ૨ (અ) શેબીશેવની અસમતા જણાવો. મહસંખ્યાઓનો હળવો નિયમ લખી સાબિત કરો. ૬
- (બ) એક અનભિનત સિક્કાને કેટલીવાર ઉછાળવો જોઈએ કે જેથી નિરીક્ષિત છાપની કુલ સંખ્યા અને સિક્કાને ઉછાળવાની કુલ સંખ્યાનો ગુણોત્તર 0.4 અને 0.6ની વચ્ચે આવે તેની સંભાવના ઓછામાં ઓછી 0.90 થાય ? ૬

અથવા

- ૨ (અ) સમષ્ટિ સહસંબંધાંક $\rho=0$ વાળા દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણમાંથી મેળવેલ નિદર્શ સહસંબંધાંક r નું નિદર્શ વિતરણ મેળવો. ૮
- (બ) યોગ્ય ઉદાહરણ આપી ફિશરના z -પરિવર્તનના ઉપયોગો સમજાવો. ૬
- ૩ (અ) ત્રિપદિક વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. આ વિતરણનું પ્રઘાતસર્જક વિધેય મેળવો. તેના પરથી બે ચલો વચ્ચેનું સહવિચરણ મેળવો. ૮
- (બ) કોશી વિતરણના ગુણધર્મો અને ઉપયોગો જણાવો. ૬

અથવા

- ૩ (અ) ક્રમિક અવલોકન વિધેયની વ્યાખ્યા આપો અને $X_{(1)}$ અને $X_{(n)}$ નું સંયુક્ત ઘટત્વ વિધેય મેળવો. જ્યાં $X_{(1)}$ અને $X_{(n)}$ અનુક્રમે ન્યૂનતમ અને મહત્તમ અવલોકન છે. ૮

(બ) ધારો કે $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય, ૬

$$f(x) = 2x ; 0 < x < 1$$
$$= 0 ; \text{ અન્ય઼ે}$$

વાળા વિતરણમાંથી મેળવેલા 4 નિદર્શ સંખ્યાવાળા યદ્યચ્છ નિદર્શ પરથી

મેળવેલા ક્રમિક અવલોકન વિધેયો છે. તો $P\left(x_3 > \frac{1}{2}\right)$ શોધો.

૪ (અ) દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણની વ્યાખ્યા આપો અને y ની આપેલી કિંમત y ૭
માટે x નું શરતી વિતરણ મેળવો.

(બ) $(\mu_1 = 5, \mu_2 = 10, \sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 25, \rho > 0)$ પ્રયલોવાળા દ્વિચલ ૬

પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે જો $P(4 < y < 16 | x = 5) = 0.954$ હોય તો ρ ની
કિંમત મેળવો.

અથવા

૪ (અ) પ્રયલિત સંકેતોમાં x_1 નું x_2 અને x_3 પરના નિયત સંબંધના સમતલનું ૭
સમીકરણ શોધો.

(બ) પ્રયલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે,

$$(૧) \sigma_{1.23}^2 = \sigma_1^2 (1 - r_{12}^2) (1 - r_{1.32}^2)$$

$$(૨) r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{23}r_{31}}{\sqrt{(1 - r_{23}^2)(1 - r_{31}^2)}}$$

૫ નીચેનામાંથી ગમે તે ત્રણ પર ટૂંકનોંધ લખો :

૧૫

- (૧) લાક્ષણિક વિધેય માટેનું પ્રતીપન પ્રમેય
- (૨) લાપ્લાસ વિતરણ
- (૩) કેન્દ્રીય લક્ષ પ્રમેય
- (૪) બહુચલીય સહસંબંધાંક
- (૫) આંશિક સહસંબંધાંક.

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the Instruction no. 1 of page no. 1.
 - (2) All questions are to be attempted.
 - (3) Marks are indicated on right side of each question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.

1 Answer the following questions :

14

- (a) For what value of K , $P[|x-5| < K] = 0.99$? Given that $E(x) = 5$ and $V(x) = 3$.
- (b) With usual notations prove that $\sum x_2 x_{1,23} = 0$.
- (c) What is the characteristic function of a r.v. with moments $\mu'_r = r!$?
- (d) With usual notations if $X : N(\theta, \sigma^2)$ then find the p.d.f. of $e^X = U$.

- (e) For bi-variate normal distribution with parameters $\{\mu_1 = 3, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = 16, \sigma_2^2 = 25, \rho = 0.6\}$, find the conditional mean of x for $y = 26$.
- (f) If $\rho = 0$ and $n = 4$ then obtain the p.d.f. of the sample correlation coefficient ' r '.
- (g) For Trinomial distribution find $E(X_i); i = 1, 2, 3$.
- 2** (a) State - Tchebychev's inequality. State and prove weak law of large numbers. **6**
- (b) How many times a fair coin must be tossed in order that the probability of the ratio of the observed numbers of heads to the total numbers of tosses lying between 0.4 and 0.6 will be at least 0.90 ? **6**
- OR**
- 2** (a) Derive the sampling distribution of the sample correlation coefficient ' r ' from the bi-variate normal population having $\rho = 0$. **8**
- (b) Giving suitable illustrations explain the use of Fisher's z -transformation. **6**
- 3** (a) Define trinomial distribution. Obtain m.g.f. of this distribution and deduce covariance between any two of its variables. **8**
- (b) State the properties and applications of Cauchy's distributions. **6**

OR

- 3 (a) Define order statistics and derive the joint density function of $x_{(1)}$ and $x_{(n)}$ where $x_{(1)}$ and $x_{(n)}$ are the smallest and largest observations respectively. 8

- (b) Let $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ denote the order statistics of a r.s. of size 4 from a distribution having p.d.f., 6

$$f(x) = 2x ; 0 < x < 1 \\ = 0 ; e.w.$$

Compute $P\left(x_3 > \frac{1}{2}\right)$.

- 4 (a) In usual notations obtain the equation to the plane of regression of x_1 on x_2 and x_3 . 7

- (b) With usual notations prove that : 6

$$(1) \sigma_{1.23}^2 = \sigma_1^2 (1 - r_{12}^2) (1 - r_{13.2}^2)$$

$$(2) r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{23}r_{31}}{\sqrt{(1 - r_{23}^2)(1 - r_{31}^2)}}$$

OR

- 4 (a) Define bi-variate normal distribution and obtain the conditional distribution of x for a given y of Y . 7

- (b) x and y have bi-variate normal distribution with 6

$$\left(\mu_1 = 5, \mu_2 = 10, \sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 25, \rho > 0\right).$$

If $P(4 < y < 16 | x = 5) = 0.954$, determine ρ .

5 Write short notes on any three of the following : **15**

- (1) Inversion theorem on characteristic function
- (2) Laplace distribution
- (3) Central limit theorem
- (4) Multiple correlation
- (5) Partial correlation.

